

ピアノ響板における弦圧とムクリ形状効果の解析

Analysis of the Effect of Pressure from Strings and the Crown Shape to the Piano Soundboard

柘植敦司¹⁾

梅谷征雄²⁾

Atsushi Tsuge

Yukio Umetani

¹⁾ 静岡大学大学院情報学研究科 Graduate School of Information, Shizuoka University

²⁾ 静岡大学情報学部 Faculty of Information, Shizuoka University

内容梗概：有限要素法解析ソフト ANSYS を使って、駒・響棒を含む詳細な響板モデルを作成し解析を行った。さらに、弦からの圧力を考慮したモデルやムクリ形状を考慮したモデル、その両方を考慮したモデルを作成し解析を行い、弦圧やムクリ形状が響板振動に及ぼす影響を調べた。その結果、弦圧によって低周波数域における共振周波数が高くなり、ムクリ形状によって高周波数域における共振周波数が高くなることが確認できた。

1. はじめに

これまでのピアノ響板のシミュレーションにおいては、平板の曲げにおける基礎方程式が一般的であるが、響板の異方性や響棒・駒を考慮した有限要素法によるモデルの研究もされている。[1-7]しかし、実形状の駒・響棒を含めた響板系全体を直接モデル化し詳細なシミュレーションを行なっているものはあまり見かけない。今後、響棒や駒の形状や取り付け位置、ムクリ形状、材質等の響板パラメータの影響を評価しピアノの設計に役立てるためには、実際の状況に忠実な響板モデルによるシミュレーションが必要となる。そこで本研究では、有限要素法解析ソフト ANSYS を使用し、実際のピアノ響板の形状に基づく駒・響棒を含む響板モデルを作成しシミュレーションを行ない、響板振動の解析を行なう。

さらに、響板がピアノに取り付けられている状態を想定して、弦からの圧力を導入したモデル、ムクリ形状を導入したモデル、その両方を導入したモデルを作成しシミュレーションを行ない、弦圧とムクリ形状が響板振動にどのような影響を及ぼすかを把握することを目指す。

2. 実形状響板モデルの解析

ピアノ響板は、シトカスプールの木の板を繋ぎ合わせて作られている。木の板は、振動が木目方向に伝わりやすく、木目直交方向には伝わりにくいという異方性を持つ。このため、響板には音を良く響かせるため、木目と直交する向きに響棒と呼ばれる補助棒を取り付け、等方性に近い板になるようする。また、響棒には弦からかかる圧力に響板が耐えられるようにするという働きもある。弦からの振動を速やかに響板に伝える働きをする駒は、シトカスプールのより硬いカエデ又はブナで作られ、駒・響棒を含めた状態の響板で音が響きやすいように作られる。

2.1 モデルの作成と解析

モデルの形状は KAWAI 製小型グランドピアノの響板の形状を基にし、図 1 に示すような駒・響棒を含む響板モデルを作成した。このモデルの解析は、響板の外周を完全固定してのモーダル解析を行った。また駒と響棒による影響の確認のため、駒の無いモデル、駒・響棒の無いモデルの解析も行った。

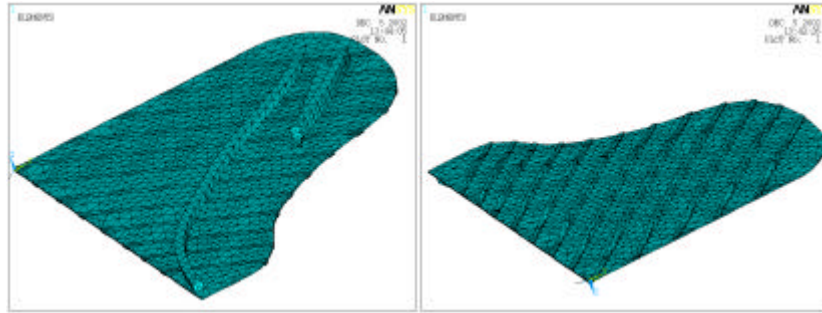


図 1 実形状響板モデル(左側が表面、右側が裏面)

実形状響板モデルの詳細[8]

形状 $8 \times 1420 \times 1180(\text{mm})$

要素タイプ SOLID92(10 節点 4 面体ソリッド)

要素数 17316

節点数 31318

材料特性 板・響棒 直交異方性材料
ヤング率

EX $=1.1564 \times 10^7 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

EY $=9.016 \times 10^5 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

EZ $=4.998 \times 10^5 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

ポアソン比 PRXY = 0.37

PRYZ = 0.43

PRXZ = 0.47

せん断係数 GXY $=7.546 \times 10^5 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

GYZ $=3.332 \times 10^4 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

GXZ $=7.154 \times 10^5 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

密度 DENS $=3.9 \times 10^{-7} (\text{kg/mm}^3)$

駒 直交異方性材料
ヤング率

EX $=1.225 \times 10^7 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

EY $=1.323 \times 10^6 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

EZ $=5.88 \times 10^5 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

ポアソン比 PRXY = 0.40

PRYZ = 0.65

PRXZ = 0.50

せん断係数 GXY $=9.8 \times 10^5 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

GYZ $=1.96 \times 10^5 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

GXZ $=6.37 \times 10^5 (\text{kg/mm} \cdot \text{S}^2)$

密度 DENS $=6.2 \times 10^{-7} (\text{kg/mm}^3)$

2.2 解析結果

以下にモーダル解析の結果を示す。

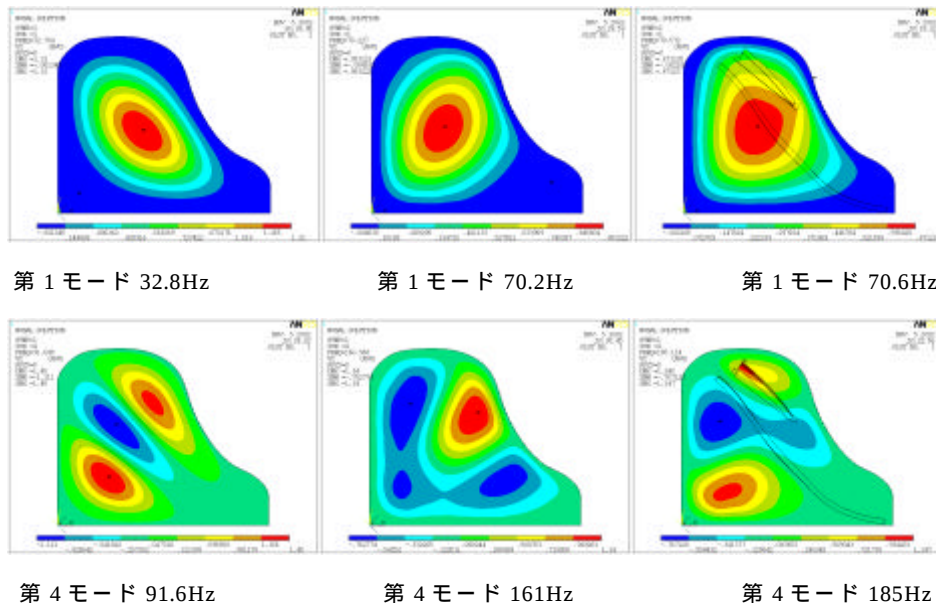


図 2 . モードパターンと共振周波数 (左から、駒無・響棒無、駒無・響棒有、駒有・響棒有)

モーダル解析の結果、駒・響棒ともないモデルでは木目方向に振動の伝わり方が偏っていたのが、響

棒を加えることで等方性に近づくことが確認できた。さらに、共振周波数があがることから、響棒により響板が硬くなるという結果になった。また、響棒のみ追加したモデルでは、響棒の向きに振動の伝わり方が少し偏るという結果になり、駒を加えることで板全体に等しく振動が伝わるようになるという結果が得られた。

3. 弦からの圧力を考慮したモデルの解析

ピアノの 88 個の Key には、それぞれ 1～3 本の弦があり、KAWAI 製小型グランドピアノでは合計 225 本の弦が張られている。弦から響板へは 300kg を超える力がかかっており、弦が響板に与える影響は大きいと考えられる。そこで、弦からかかる圧力を考慮した響板モデルの解析を行なう。

3.1 モデルの作成と解析

弦張力により駒上面に働く力を考える。駒からハンマー側の弦の長さを S.L、その反対側の弦の長さを B.L、弦張力を T、駒の高さを X、駒上面の変位を u_x 、変位後の駒上面の高さを x としたときに、駒上面に弦張力によって掛かる力 $F(x)$ は次のようになる。ただし、 u_x は上向に正にとる。

$$F(x) = -T \left(\frac{x}{S.L} + \frac{x}{B.L} \right) = -T \left(\frac{X + u_x}{S.L} + \frac{X + u_x}{B.L} \right) = -T \left(\frac{X}{S.L} + \frac{X}{B.L} \right) - T \left(\frac{1}{S.L} + \frac{1}{B.L} \right) u_x$$

よって、駒上面に対して下向きに $T \left(\frac{X}{S.L} + \frac{X}{B.L} \right)$ の圧力をかける要素と、弾性係数が $T \left(\frac{1}{S.L} + \frac{1}{B.L} \right)$ の要素を定義

することで、弦を張った状態を再現できる。

響板に張られている弦の数は 255 本あるので、本来なら駒上面の場所に応じて 255 通りに弦の張力や長さ、駒の高さ等のパラメータを変化させるべきであるが、響板の要素分割が粗いため不可能であるので、今回は 88 個の各 Key において、それぞれ代表する弦を 1 本選び、駒上面の対応する接点に、その値を設定した要素を定義した。このようにして作成したモデルの解析は、響板外周を完全固定してのモーダル解析と、C 音駒位置を 0.1778kgf で面に対して垂直に加振、減衰係数を一定減衰 0.003 に設定して、モーダル解析の結果を利用するモード重ね合わせ法による周波数応答解析を行った。

弦圧考慮響板モデルの詳細

形状	8 × 1420 × 1180(mm)		
要素タイプ	SOLID92(10 節点 4 面体ソリッド)		
	COMBIN37(コントロール要素)		
要素数	SOLID92	17316	
	COMBIN37	536	
節点数	31854		
材料特性	実形状響板モデルと同じ		

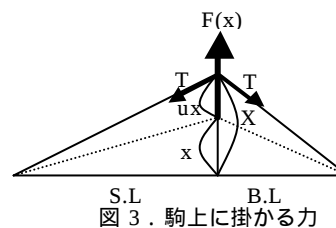


図 3. 駒上に掛かる力

3.2 解析結果

図 4 にモーダル解析の結果を、図 5 に周波数応答解析の結果を示す。モーダル解析の結果、弦を張ることで最低共振周波数は 70.6Hz から 118Hz に上がった。響板の形状が異なるため直接比較することはできないが、アップライトピアノ響板では 70Hz から 115Hz となり[3]、2.74m のグランドピアノでは 48Hz から約 60Hz になる[5]という実験結果と同じ傾向となった。また、共振周波数が高くなることから、弦により響板の振動は抑えられ弦を含む響板全体として硬くなるという結果になった。この共振周波数の変化は低周波数域で大きく、1000Hz を超える高周波数域では、小さいという結果になった。モードパターンでは、駒が弦によって押さえられることから、駒周辺が特に振動しづらくなり、モードパターンが駒で分断される傾向があるという結果が得られた。弦圧による影響が低周波数域で強く現れた理由としては、低周波数域では波長が長く、波が駒で響板が分断されることで波長が短くなることから周波数が高くなるのに対し、波長の短い高周波数域では駒で分断された範囲内に波が収まるために変化が少なかったと考えられる。

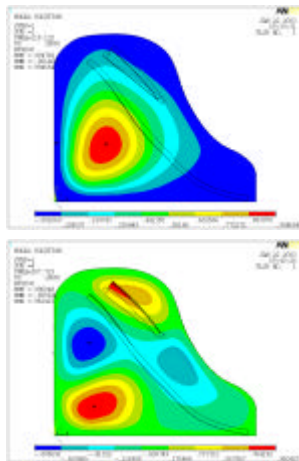


図4.弦張力考慮(上第1モード 118Hz
下第4モード 208Hz)

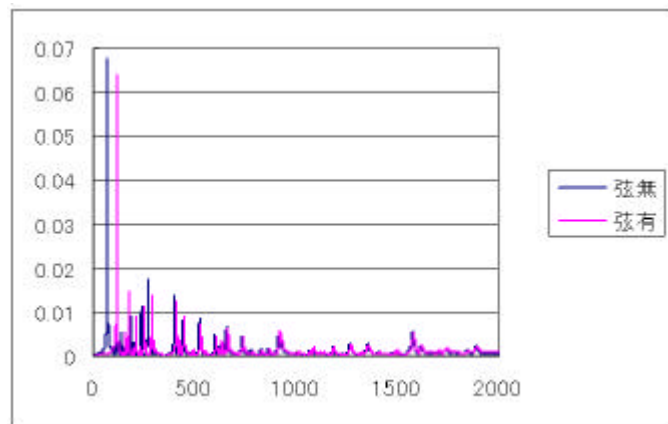


図5.C4駒位置での周波数応答解析結果(横:周波数 Hz、縦:admittance)

4. ムクリ形状を考慮したモデルの解析

ピアノ響板には外周部に比べ中心部が盛り上がっている「ムクリ」と呼ばれる形状がある。実際のピアノ設計では、ムクリ形状は弓の張りや太鼓の皮の張りにたとえられ、一般に良いムクリ形状を付けることで音の放射が良くなるとされる。そこで、ムクリ形状を考慮した響板モデルを作成しその効果を解析する。

4.1 モデルの作成と解析

ムクリは通常響板材の自然乾燥等による反りや、響板をはめ込む枠にムクリができるようにガイドを付けることによってできる。そこで、響板モデルの外周の変位をムクリができるように固定することによって、響板をはめ込む枠のガイドによってムクリ形状ができる状況を再現する。ここで、ムクリができるような外周の変位を求めるために次の3ステップを行った。ステップ1では、外周を完全固定した響板モデルの駒上面に静圧力をかけ静的解析を行ない、響板中央付近の節点の変位を求める。ステップ2では、固定条件を設定していない響板モデルの中央付近をステップ1で求めた変位の正負を逆転した値で固定し、静的解析を行ない響板外周面の変位を求める。ステップ3では、固定条件を設定していない響板モデルの外周面を、ステップ2で求めた響板外周面の変位で固定して静的大変形解析を行なう。これにより、響板の外周のみの固定でムクリ形状を再現することができる。このようにして作成したムクリ形状考慮響板モデルの詳細は実形状響板モデルに近い。このモデルの解析は、モーダル解析とC音駒位置での周波数応答解析を行った。

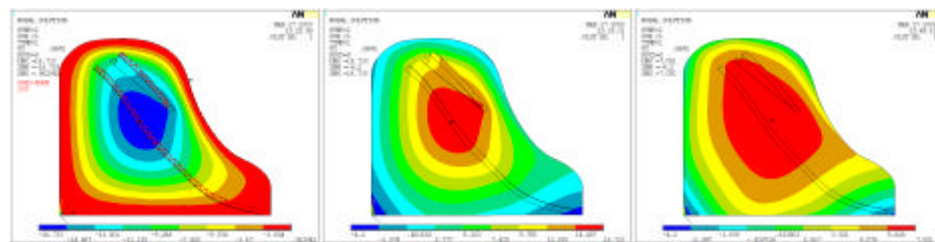


図6.ムクリ形状の作成(左からステップ1、ステップ2、ステップ3の結果)

4.2 解析結果

図7にモーダル解析の結果を、図8に周波数応答解析の結果を示す。モーダル解析及び周波数応答解析の結果、共振周波数が全体的に高くなるが高周波数域ほど差は大きくなり響板は硬くなるという結果になった。また、低周波数域ではアドミッタンスのピークの値が大きくなり、高周波数域では小さくなるという傾向が見られたことから、低周波数域においては音の放射が良くなるという結果になった。高周波数域でアドミッタンスのピークの値が小さくなった原因としては、周波数応答解析で周波数比例の一定減衰を設定しており、高周波数域では共振周波数の差が大きくなったために減衰も速くなったものと考えられる。

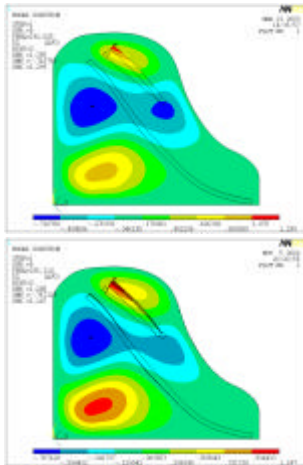


図 7. 第 4 固有モード(上:ムクリ有 193Hz 下:ムクリなし 185Hz)

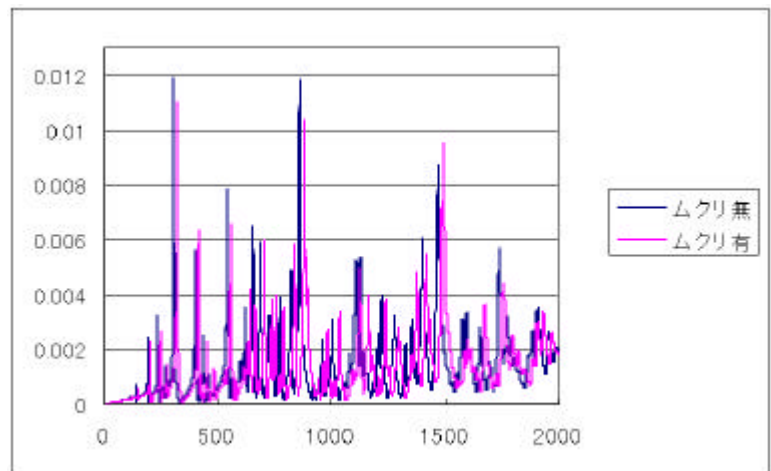


図 8. C7 駒位置での周波数応答解析結果(横:周波数 Hz、縦: admittance)

5. 弦圧・ムクリ形状を考慮したモデルの解析

実際の響板では、ムクリを付けた響板の上に弦が張られる。そこで、より現実に即した状態での響板の解析を行なうために、ムクリ形状を考慮したモデルに弦圧力を加えたモデルを作成し、モーダル解析と周波数応答解析を行なった。周波数応答解析の結果を図 9 に示す。解析の結果、共振周波数はどの周波数域でも同じように高くなり、弦圧による影響とムクリによる影響が合わさっていることが確認できた。

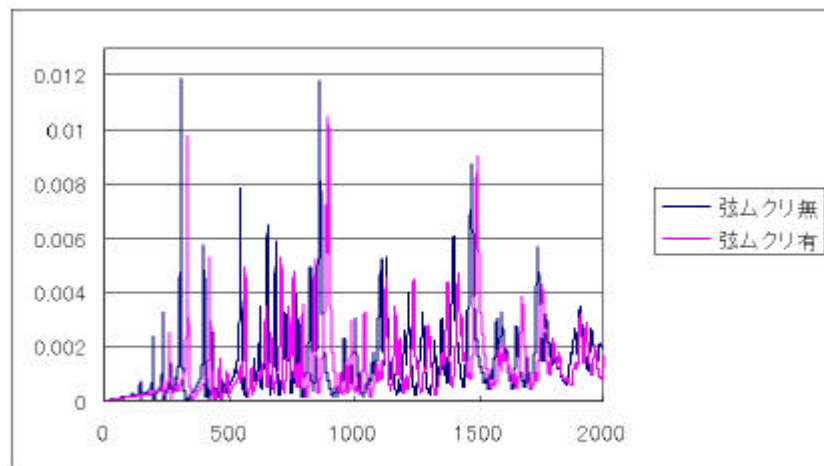


図 9. C7 駒位置での周波数応答解析結果(横:周波数 Hz、縦: admittance)

以上のことから、実際にピアノに組み込まれている状態と近い響板モデルを作成できたので、ムクリ形状の異なるモデルを作成し、実際のピアノ響板の設計において重要視されているムクリ形状の違いが響板に及ぼす影響の解析も行なった。この解析においては、図 10 に示すムクリ A とムクリ B の 2 種類のムクリ形状を用いて、モーダル解析と周波数応答解析を行なった。このときの周波数応答解析の結果を図 11 に示す。解析の結果、ムクリ A に比べムクリ B での共振周波数が数 Hz 高くなったものの、モードパターンには全くと言って良いほど変化が見られなかった。また、周波数応答解析の結果にもわずかな差しか見られず、ムクリ形状の違いは響板の振動特性にはほとんど影響を与えないという結果になった。しかし、実際のピアノ設計ではムクリによって音の放射が良くなるとされムクリ形状の細かな調整が行われているのに対して、このような結果になったシミュレーションにおける原因としては、響板の周囲の空間を含めて解析を行っていないため音の放射に与える影響がはっきり出てこないということ、フレームなどの部分を省き響板のみを対象として解析を行なっていること、木材の特性を再現できていないということ、シミュレーションモデルがわずかな変化を的確に捉えるだけの精度を持っていないことなどが考えられる。

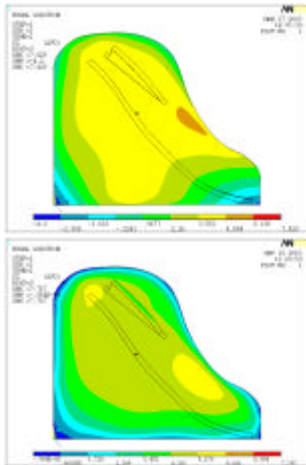


図 10．弦圧付加時のムクリ形状
(上:ムクリ A 下:ムクリ B)

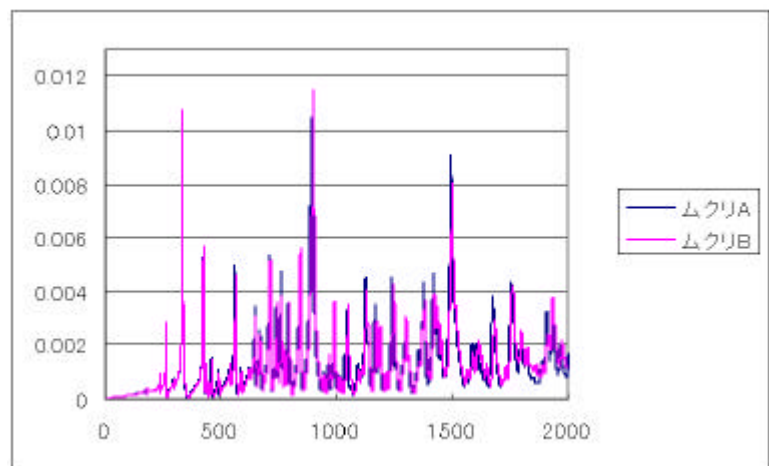


図 11．C7 駒位置での周波数応答解析結果(横：周波数 Hz、縦：admittance)

6. まとめ

駒・響棒を含め実際のピアノの響板形状を基にシミュレーションモデルの形状を作成し、解析を行なうことで駒・響棒の響板を補助する動きが確認できた。また、実形状の響板モデルに弦圧やムクリ形状を取り入れてシミュレーションを行なうことで、弦圧によって低周波数域の共振周波数が高くなることや、ムクリ形状によって高周波数域の共振周波数が高くなることが確認できた。さらに、実際にピアノに取り付けられている状態に近い詳細な響板モデルを作成できたことにより、ムクリ形状の違いというような比較的小さなパラメータの変化の影響を解析できるようになったと考えられる。

今回のシミュレーションでは、フレームやケース等の響板系以外の部分を考慮していない。また、音への影響を解析するためには周囲の空間も含めてシミュレーションを行なう必要があり、これらを考慮してシミュレーションを行なうことが今後の課題として挙げられる。

謝辞

本研究を行なうにあたり、貴重な助言及び議論を頂いた(株)河合楽器製作所の皆様に深く感謝します。

参考文献

- [1] 中村 勲、鈴木 英男“ピアノ音響学的研究の現状”、日本音響学会誌 44 巻 12 号、pp.963-971(1988).
- [2] Fletcher、Rossing、“The Physics of Musical Instruments Second Edition”、Springer(1998).
- [3] 中村 勲、“響板の振動・音響特性、-ピアノの音響学的研究 第 3 報-”、日本音響学会誌 37 巻 10 号、pp.510-517(1981).
- [4] J. Kindel and I. Wang、“Model analysis and finite element analysis of a piano soundboard”、Proc. 5th International Modal Conference 1987
- [5] Harold A. Conklin, Jr、“Design and tone in the mechanoacoustic piano. Part . Piano structure”、Journal of the Acoust. Soc of America 100(2)、pp.695-708 (1992).
- [6] N. Giordano、“Simple model of a piano soundboard”、Journal of the Acoust. Soc of America Vol.102 No2. August 1997、pp1159-1168(1997)
- [7] 西口 磯春、徳弘 一路、杉山 保則、“ピアノ響板音響特性の数値解析および実験的検討について”、日本音響学会音楽音響研究会資料 MA99-4、pp.25-32(1999).
- [8] 中戸 莞二、“新編木材工学”、養賢堂(1985.7)
- [9] CAD/CAE 研究会、“ANSYS 工学解析入門”、理工学社(2001)
- [10] 橋本 智樹、梅谷 征雄、“ピアノ音の物理シミュレーションの研究-弦・駒・響板の連成解析を目指して-”、音楽情報科学 34-1、pp.1-6(2000).