

モード解析法を用いたピアノ響板パラメータ解析

ANALYSIS OF PIANO SOUNDBOARD PARAMETER USING MODAL ANALYSIS METHOD

篠原光¹⁾, 梅谷征雄²⁾

Hikaru SHINOHARA and Yukio UMETANI

1)静岡大学 情報学研究科情報学専攻 (〒432-8011 浜松市城北3-5-1, cs3046@s.inf.shizuoka.ac.jp)

2)工博 静岡大学教授 情報学部情報科学科 (〒432-8011 浜松市城北3-5-1, umetani@cs.inf.shizuoka.ac.jp)

Physical simulations of musical instruments are useful to evaluate the influence of each parameter in the design. We analyzed the parameter of a piano soundboard using general-purpose finite element analysis software ANSYS. We also examined relations between piano soundboard and the generated sound tones.

Key Words : Piano soundboard, Simulation, Modal analysis, ANSYS

1. はじめに

楽器の発音機構解明のため、または音合成の1つの手段として、計算機を用いての楽器の物理シミュレーションは行われてきた。楽器の振動特性を物理法則に基づき微分方程式などでモデル化を行い数値解析することは、個々のパラメータが音色に及ぼす影響を評価して楽器の設計思想を構築するのに役立つものとなる。

先行研究により複雑なピアノ響板形状を再現したモデルが作成され、精度の高いシミュレーションが可能となった。そこで本研究では、有限要素法解析ソフトANSYSを用いてピアノ響板のパラメータ解析を行う。また各響板パラメータを変更したときの振動特性の変化が音色にどういった影響を与えるかについても調査する。

2. 実形状ピアノ響板モデル

ピアノ響板は、シトカスプールの木の板を繋ぎ合わせて作られている。木の板は、振動が木目方向に伝わりやすく、木目直交方向には伝わりにくいという異方性を持つ。このため、響板には音を良く響かせるため、木目と直交する向きに響棒と呼ばれる補助棒を取り付け、等方性に近い板になるようにする。弦からの振動を速やかに響板に伝える働きをする駒は、シトカスプールより硬いカエデ又はブナで作られ、駒・響棒を含めた状態の響板で音が響きやすいように作られる[1]。これらの響板を構成する要素をモデル化したものが、実形状ピアノ響板モデルである(図1)。このモデルは、先行研究[2]により有限要素法解析ソフトANSYSで作成されたもので、市販の中級グランドピアノの響板形状が基となっている。響板の複雑な形状や各材料特性パラメータを完全に再現するのは困難であるため、モード周波数などに実測データと差があるが、異方性を持つ響板に響棒を取り付ける

ことにより振動が板全体に伝わるという等方性が再現されている。今回はこのモデルを使用してピアノ響板のパラメータ解析を行う。

形状	8×1420×1180(mm)
要素タイプ	4節点4面体ソリッド
要素数	17316
節点数	4997
材料特性	直交異方性材料
ヤング率	EX = 1.1564×10^7 (kg/mm $\cdot$ S 2) EY = 9.016×10^5 (kg/mm $\cdot$ S 2) EZ = 4.998×10^5 (kg/mm $\cdot$ S 2)
ポアソン比	PRXY = 0.37 PRYZ = 0.43 PRXZ = 0.47
せん断係数	GXY = 7.546×10^5 (kg/mm $\cdot$ S 2) GYZ = 3.332×10^4 (kg/mm $\cdot$ S 2) GXZ = 7.154×10^5 (kg/mm $\cdot$ S 2)
密度	DENS = 3.9×10^{-7} (kg/mm 3)
減衰率	R = 0.3(%)

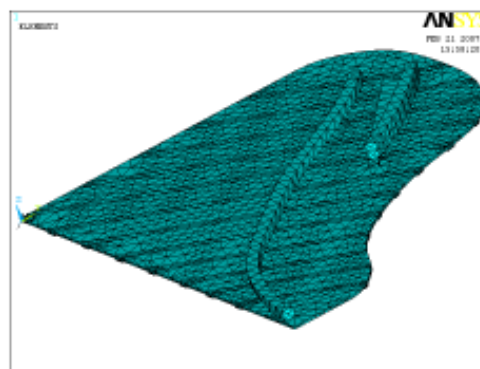


図1 実形状ピアノ響板モデル

3. 響板パラメータの解析

実形状ピアノ響板モデルの材料特性パラメータを変化させ、解析結果にどのような違いが現れるかを調べる。今回は、モード解析法によるモードパターン・モード周波数と、時刻歴応答解析によるインパルス応答について、密度とヤング率を変更したときの変化について調査した。

(1) モード解析結果の比較

a) 密度を変更した場合

密度を変化させてモード解析を行った結果、図2のモードパターンと表1のモード周波数が得られた。モードパターン変化に関しては、密度を下げた場合は全体的に振動が強くなり、逆に密度を上げた場合は振動が弱くなる変化が、主に低周波数側のモードに多く見られた。高周波数側のモードになると、振動パターンが複雑であり、変化の仕方や変化量に共通した傾向性が見られなくなった。モード周波数に関しては、密度を下げた場合に高くなり、密度を上げた場合に低くなる変化が見られた。また、密度変更前後のモード周波数の比は、全モードでほぼ一定になっていた。例えば密度1.4倍の場合、モード周波数は密度変更前の86～89%になっている。

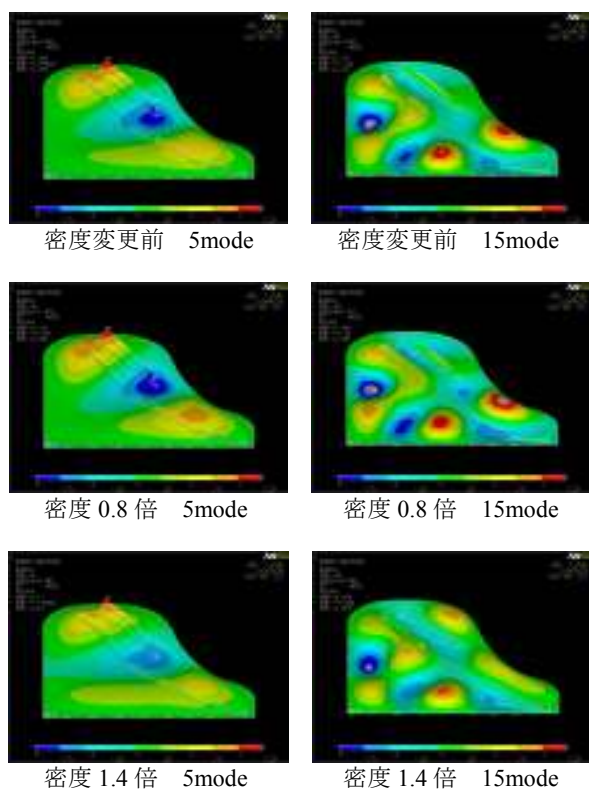


図2 密度変更によるモードパターン変化

表1 密度変更によるモード周波数変化

モード	モード周波数 (変更前)	モード周波数 (0.8倍)	モード周波数 (1.4倍)
5	345Hz	371Hz	306Hz
15	815Hz	889Hz	706Hz
30	1279Hz	1410Hz	1104Hz

b) ヤング率を変更した場合

ヤング率を変化させてモード解析を行った結果、図3のモードパターンと表2のモード周波数が得られた。モードパターンに関しては、密度変化の低モード側に見られたような傾向性はなかった。ヤング率変化に対して連続的なパターン変化は見られるものの、振動が強まる箇所と弱まる箇所が各モードごとに点在しており共通性が無い。また、パターン形状の変化量に関しては全モードを通して密度よりも小さいといえる。モード周波数に関しては、ヤング率を上げた場合に高くなり、ヤング率を下げた場合に低くなる、といった密度とは逆の傾向が見られた。変化量は密度よりも若干小さい。全モードでほぼ同じ割合で変化するのは密度の場合と同じである。

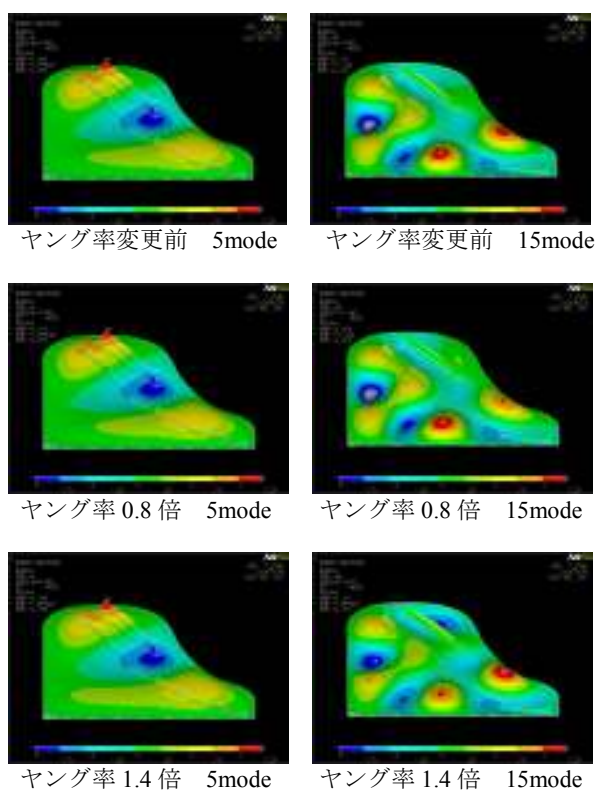


図3 ヤング率を変更したときのモード解析結果比較

表2 ヤング率変更によるモード周波数変化

モード	モード周波数 (変更前)	モード周波数 (0.8倍)	モード周波数 (1.4倍)
5	345Hz	331Hz	369Hz
15	815Hz	773Hz	880Hz
30	1279Hz	1220Hz	1378Hz

(2) インパルス応答の比較

ANSYSの時刻歴応答解析を用いて実形状ピアノ響板モデルからインパルス応答を計測する。まず、板外周面の節点を変位値0にて固定し、それ以外の板表面や裏面等の境界は自由とする。続いて、弦と響板の接点となる駒位

置に対して垂直方向に1kgfの荷重を加えて時刻歴応答解析を行い、荷重がかかった状態の響板を解析する。最後に荷重を取り除いてもう一度時刻歴応答解析を行い、荷重が消えた後の響板の振動を計測する。この振動をインパルス応答とする。図4、図5はC3駒位置を荷重点・観測点として、上記の方法で密度及びヤング率を変更して解析したインパルス応答のスペクトルである。

a) 密度を変更した場合

図4のインパルス応答スペクトルには密度変化に対して連続的なピーク周波数変化が見られる。これはモード解析で得られたモード周波数変化によるものである。モード解析では、低周波数帯のモードに共通した振動の強さの変化が見られたが、インパルス応答のパワースペクトルの高さはそれほど大きく変化していない。これは、密度が下がると振動が強くなると同時に、モード周波数も上昇し減衰が早まるためであると考えられる。また、モードごとに振動の強さの変化量が異なるため、ピークごとにパワースペクトル値の変化が異なる。

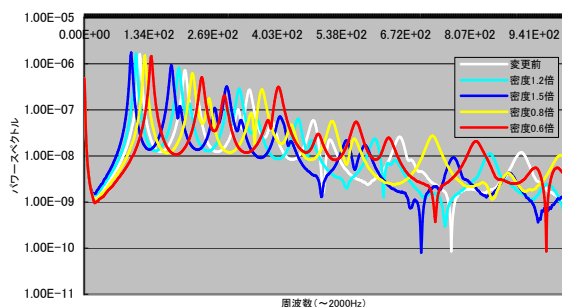


図4 密度変更によるインパルス応答変化

b) ヤング率を変更した場合

モード解析では、ヤング率の変化に対してモードパターンの変化が小さいという結果が得られた。そのため、減衰率変化の方が強く影響し、インパルス応答スペクトルには全体的にモード周波数の上昇とともに値が低くなるといった右下がりの変化が見られる。ピーク周波数の変化はモード解析のときと同様に、密度とは逆傾向であり変化量が若干少ない。

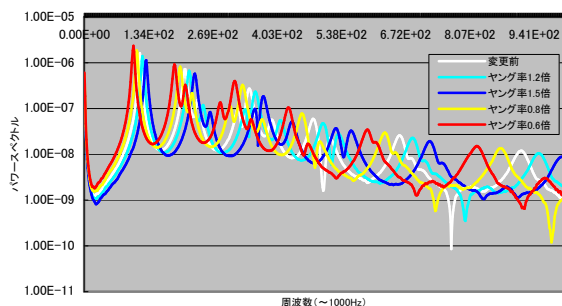


図5 ヤング率変更によるインパルス応答変化

4. 響板特性変化の音色への影響

前章で解析した密度・ヤング率の変化がもたらす響板特性の変化がピアノ音にどう影響するのかを調べる。本来、ピアノ音は空気圧の振動であるが、響板の周囲の空間を含めての解析は難しいため、ここではピアノ弦の振動を響板に伝えた際の響板の振動をピアノ音とする。弦振動を入力した際の響板の振動を求めるには、ANSYSにおいて響板モデルに弦振動を入力し時刻歴応答解析を行うのが望ましいが、この解析には100時間以上必要となるため現実的でない。そこで、弦振動の波形を $R(t)$ とし響板のインパルス応答を $F(t)$ とした場合に、弦振動を響板に入力した際の響板の振動 $y(t)$ は、

$$y(t) = \int_0^t F(x)R(t-x)dx \quad (1)$$

と表すことができることを利用しピアノ音を合成する。響板のインパルス応答 $F(t)$ は前節で作成したものを、弦振動 $R(t)$ は既存のピアノシミュレータの弦コンポーネントを単体実行したものを用いる。図6～図8は響板の密度変更前後のC3合成音スペクトルである。

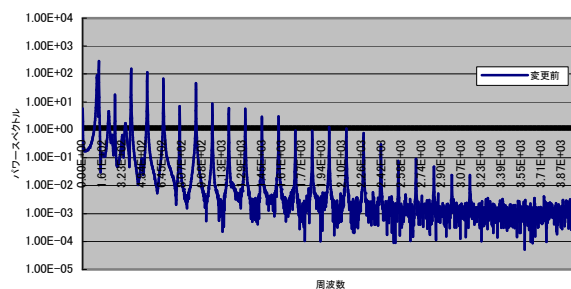


図6 響板密度変更前のC3合成音スペクトル

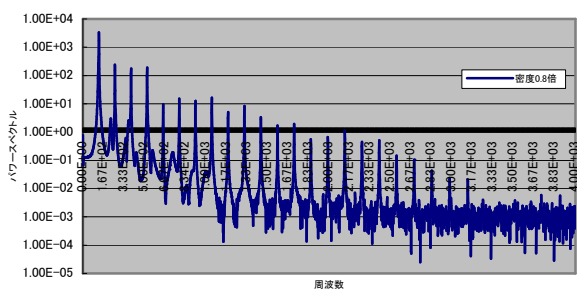


図7 響板密度0.8倍のC3合成音スペクトル

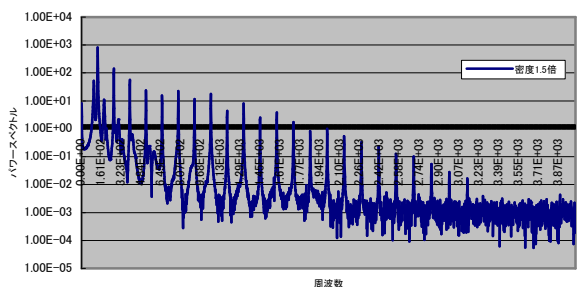


図8 響板密度1.5倍のC3合成音スペクトル

図6～図8の比較から、基本音や各倍音のパワースペクトルが変化していることが分かる。特に基本音～7倍音のパワースペクトルが大きく変化しているが、密度0.8倍、1.5倍、どちらの場合でも基本音や2倍音が強くなっていたりと、パラメータに対する連続性が見られない。これは、密度の変化に対して、弦振動の基本周波数や各倍音周波数でのインパルス応答スペクトルのパワー値の変化が一定ではないためである。図9にC3弦振動のピーク周波数とC3駒位置インパルス応答スペクトルの関係図を示し、以上に述べた音色変化の仕組みを説明する。

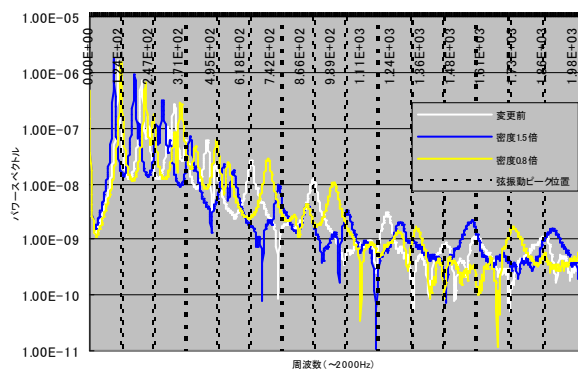


図9 インパルス応答スペクトルと弦振動ピーク周波数

図9は、図6～図8の合成音作成に用いたC3駒位置インパルス応答スペクトルのグラフに、C3弦振動の基本周波数と各倍音周波数を示す縦線を追加したものである。図6～図8の各ピークの高さと、図9の縦線とスペクトルの交点に注目すると、この交点のパワー値が大きいほど合成音の基本音や倍音が強く出ていることが分かる。例えば、2倍音周波数を示す縦線と密度変更前の白線のスペクトルは、パワー値が低いピーク間の谷の部分と交差しており、図6からも他の倍音に比べて2倍音が弱いことが分かる。しかし2倍音より低い周波数にあったインパルス応答のピークが、密度を下げることで周波数が上昇し、2倍音周波数を示す縦線と黄色のスペクトルのピークが重なりパワー値が上昇している。更に図7からも密度変更前と比べて2倍音が強く出ていることが分かる。このように、弦振動のピーク周波数でのインパルス応答スペクトルのパワー値に比例して部分音が強まっている。これは響板の持つ固有振動と近い周波数を持つ部分音が共振するという現象からも妥当であるといえる。部分音の強さの変化が密度に対して一定ではないのは、インパルス応答スペクトルがシフトすることにより、縦線との交点のパワー値

がスペクトルの形に応じて変化しているためである。基本音～7倍音の間で変化が大きかったのは、その周波数帯域のインパルス応答スペクトルのパワー値の落差が大きかったためである。

5. おわりに

響板の密度及びヤング率の変更によって、モード周波数の全体的なシフトとモードパターンの変化が起こることが分かった。モード周波数変化に関しては、全モードで変化量がほぼ一定であったが、モードパターンに関しては、各モードごと、更には響板上の位置ごとに傾向が異なり、変化量も共通性が見られなかったため、密度変化の低周波数帯を除いて、ほとんど定性的な評価が得られなかった。インパルス応答の変化に関しては、スペクトルの各ピーク周波数の変化がモード解析で得られたモード周波数変化と一致していたが、各ピークのパワー値に関してはモードパターン変化よりもモード周波数変化による減衰率変化の影響を強く受け、全体的に周波数が高くなるほどパワー値が下がるピークが多かった。また、合成音の評価から、モード周波数変化が主に音色変化の要因になっていることが分かった。モード周波数変化によるインパルス応答スペクトルの周波数シフトによって、弦振動の各部分音との共振の度合いが変わり合成音スペクトルが変化するのだが、大きな変化があったのはインパルス応答スペクトルのピークと谷の部分の落差が大きかったためである。実際の響板はもっと多くのモードを含んでおり、実測のインパルス応答スペクトルは細かい周波数間隔でピークが存在する。そのため、実際の響板はモデル響板よりも多くの周波数と共振し、各モード周波数に変化しても他のモードと共振する可能性が高く、モデル響板ほど部分音を大きく減衰させることはないと考えられる。また、各部分音が響板と共振する可能性が高い実響板では、モードパターン変化によるインパルス応答スペクトルのパワー値の変化が、もっと音色変化に影響してくるかもしれない。

参考文献

- 1) 柘植敦司, 梅谷征雄: ピアノ響板における弦圧とムクリ形状効果の解析, 日本音響学会音楽音響研究会資料, Vol.22, No.7, pp.13-18, 2004.2.24
- 2) 能崎友博, 梅谷征雄: 可視化対話型3次元ピアノ響板モデルの開発, 第7回問題解決環境ワークショップ論文集, pp.111-116, 2004.10.28