

可視化対話シミュレータ向けモード重ね合わせ機能の開発

INTERACTIVE MODE ANALYSIS FACILITY FOR SOUNDBOARD SIMULATOR

池和恭¹⁾, 梅谷征雄²⁾

Kazuyuki Ike and Yukio Umetani

1)静岡大学・静岡大学情報科学研究科情報学専攻 (〒432-8011・浜松市城北3-5-1,cs0504@cs.inf.shizuoka.ac.jp)

2)工博・静岡大学教授・情報学部情報科学科 (〒432-8011・浜松市城北3-5-1,umetani@cs.inf.shizuoka.ac.jp)

We built the soundboard simulator based on modal analysis method, and designed the functions of visualization and conversational interface of the simulator. In this paper, we describe the feature of this system and the cut-off effects minor modes.

Key Words : Modal Analysis Method, Visualization ,Interfaces

1.はじめに

ピアノの音を物理モデルでシミュレーションにより生成する際、弦振動や響板の振動など、さまざまな要素を考慮に入れることが必要となる。特に響板の振動をシミュレートする際は、板の中の外力を与える場所によって振る舞いがどのように変化するかを検証できる必要がある。また、弦の振動が駒を通して響板に伝わるため、ある一定の周波数を持った連続的な外力の入力に対して響板はどのような動きをするのかを考慮に入れる必要がある。

本研究では、この響板のシミュレーションをモード重ね合わせ法によって実現し、そのシミュレータの対話性や可視化の向上、また計算部分の効率化に焦点を当て、響板の振動シミュレーションを効果的に行うための基礎を築くことを目的としている。

2.モード重ね合わせ法

物理的な振動をシミュレートする手法には直接過渡解析、モード重ね合わせ法、時間発展シミュレーションなどさまざまなものがある[1]。このうち、モード重ね合わせ法は固有値解析で得られた固有値や固有ベクトルをもとに、複数の固有モード関数に適切な係数をかけたものを結合することにより、時間応答と周波数応答を求める方法である[2]。この方法の最大の利点は、手軽に実施でき、直接過渡解析や時間発展シミュレーションと比べて計算時間が格段に少なくすむ点である。前処理として対象とするモデルの、固有モードごとの固有値や固有ベクトルを計算する「モード解析」が必要となる。固有値計算の機能をシミュレータに実装しておけば、効率よく解析を行うことが可能である。

また、モード重ね合わせ法は近似解を使った時間発

展シミュレーションも計算可能で、強制振動解、自由振動解、一般解の計算ができる。強制振動解とは、一定の周波数を持った外力に対する応答を計算した解のことである。また自由振動解とは、インパルス(一瞬の外力)をモデル上に与え、その後に残る振動を計算した解のことである。近似解法を使った方法は計算負荷を軽減でき、強制振動解、自由振動解、一般解をそれぞれ個別に計算できる点や、それらの動的応答をビジュアル的に確認できる点は応答性がよいだけでなく、理解支援に大きく役立つ方法である。

モデルに用いるのは以下の振動方程式である。

$$M \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = K\Delta w - R \frac{\partial w}{\partial t} \quad (2.1)$$

この空間微分 $K\Delta$ を離散化して得られる線形微分方程式を

$$M \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = Aw - R \frac{\partial w}{\partial t} \quad (2.2)$$

と書くとき、その一般解は強制振動解と自由振動解の足しあわせとして次のように表される。

$$w = w_0 + w_f = \sum_{j=1}^n w_{0j} x_j e^{i\omega t} + \sum_{j=1}^n (-w_{0j} x_j e^{-\frac{R}{2M}t} e^{(\pm \frac{\sqrt{-R^2 + 4M\lambda_j}}{2M})t}) \quad (2.3)$$

ここで、 ω は強制振動の角周波数、 x_j 、 λ_j は行列 A の固有ベクトルおよび固有値、 w_{0j} は外力を与える点や固有値、固有ベクトルから求められる係数、 R は減衰定数、 M は質量である。

3. シミュレータ機能の強化

3.1 追加機能を実装するにあたって

モード重ね合わせ法によって得られる解の効果的な理解支援を目的とし、新たな機能やインターフェイスの追加について検討を行った。

まず、各モードの固有ベクトルの分布を視覚化する機能があれば、各モードの大局的な振る舞いを理解するのに便利であると考え、固有ベクトルだけによる時間発展の計算機能を追加した。

つぎに、外力条件や減衰条件などによるひとつひとつのモード関数の挙動を視覚化するため、単一モード関数のみを視覚化したり、必要に応じてモード関数をいくつか選び取り、それらだけを重ね合わせて出力したりできるように拡張する必要があると考えられた。

また、普通は計算によって求める係数 w_{0j} を手動で違う値に変更したり、複素数による位相のずれを与えて視覚化に反映させたりする機能があれば、モード重ね合わせによる解の特性を直感的に把握する上で便利な機能になると考えられる。

これらの機能は対話性に優れ、かつシミュレータの応答性に対する影響を最小限に抑えなければならない[3]。応答性には十分な配慮をしながら、時間応答の計算を実行している間にもパラメータの変更をできるように設計した。

3.2 インターフェイスの実装

3.2.1 固有ベクトルによる時間発展の機能

式(2.3)に示されているうち、自由振動解の項

$$w_{fj} = \sum_{j=1}^n -w_{0j} x_{j1} e^{-\frac{R}{2M}t} e^{(\pm \frac{\sqrt{-R^2+4M\lambda_j}}{2M} - i)t} \quad (3.1)$$

において、指定のモード関数のみ、係数 w_{0j} を1とし、ほかのモード関数の係数を0と置けば

$$w_{fj} = -x_{j1} e^{-\frac{R}{2M}t} e^{(\pm \frac{\sqrt{-R^2+4M\lambda_j}}{2M} - i)t} \quad (3.2)$$

となる。これを視覚化して出力すれば、特定のモード関数だけの固有ベクトルの時間発展を表すことができる。この式をコーディングして実装を行った。

3.2.2 選択的な固有モード重ね合わせ

これを実現するためには、重ねあわせを行うループの中で、モード関数を重ね合わせるかどうかを判定する機構があればよい。そこで、モードの数だけ要素を持ったフラグの配列 `iAddFlg[]` を用意し、外部インターフェイスからこれを操作できるようにしておく。時間発展シミュレーション時に、ステップごとに重ねあわせの演算が行われるが、このときフラグ `iAddFlg[i]` (i はモ

ード番号)をチェックし、1 だったら出力に足し合わせ、0 だったら足さない。

3.2.3 位相のずれ・係数を手動で与える機能

式(2.1)の自由振動解の項に対し、モード関数ごとに複素位相のずれ θ_j を考えると

$$w_{fj} = \sum_{j=1}^n -w_{0j} x_{j1} e^{-\frac{R}{2M}t + i\theta_j} e^{(\pm \frac{\sqrt{-R^2+4M\lambda_j}}{2M} - i)t} \quad (3.3)$$

となる。上式のように自由振動解の部分を実装しておき、デフォルトではすべての θ_j を0 にしておく。そして、 w_{0j} と θ_j を外部インターフェイスから入力できるようにしておき、計算に反映させる。

図 3-1 に、これらの機能の外部インターフェイスを示す。

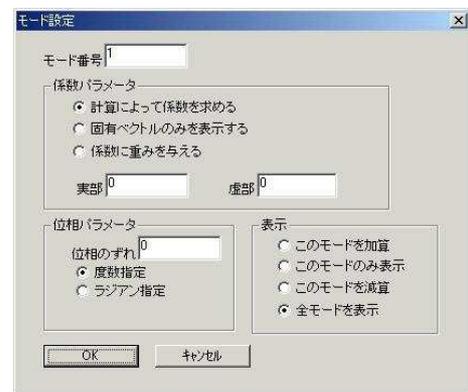


図 3-1 モード設定ダイアログ (CModeDialog)

3.3 その他のインターフェイス

その他のインターフェイスとして以下のようなものを実装した。

- 外力を与える点を XY 座標で与えるダイアログボックス (CVBPDialog)
- 減衰方法を「一定減衰」と「周波数比例減衰」の2つから選べたり、減衰率 R を入力するダイアログボックス (CReduceDialog)
- 1 ステップを $1\mu s$ とし、何ステップごとに表示するか、何ステップまで実行するかを指定するダイアログボックス (CStepDialog)
- 計算する解を「強制振動解」「自由振動解」「一般解」の3つから選んだり、外力の周波数を入力するダイアログボックス (CSolutionDialog)
- 視覚化されている解に対して、Z 軸方向(振幅方向)に拡大を行うためのスライドバー

4. 計算の高速化に向けて

4.1 概要

重ねあわせに用いるモード関数の中には、解

に対する寄与率が非常に低いモード関数も存在する。

そこで、こうしたモード関数の重ね合わせは精度的に無視できると考え、重ね合わせから除外してそのモードに関する計算は省略し、全体として処理の高速化を図ることについて検討を行った。

4.2・高速化の方法

モード重ね合わせ法で用いる一般解

$$w = w_0 + w_f = \sum_{j=1}^n w_{0j} x_j e^{i\omega t} + \sum_{j=1}^n -w_{0j} x_j e^{\frac{R}{2M} t \left(\pm \sqrt{-R^2 + 4M\lambda_j} \right)}$$

(4.1)

において、係数 w_{0j} を以下のような計算によって求めることになる。

$$w_{0j} = \frac{F_i x_{ij}}{-M(\omega^2 - \omega_j^2) + i\omega R} \quad \dots (4.2)$$

i は加振を行う節点の番号である。ここで、 $\omega_j^2 = \frac{\lambda_j}{M}$ の関係があり、 ω_j はモードごとの固有値から求められる。これは自由振動時のモードごとの角周波数を表している。

これはモード関数ごとに計算される係数であり、また固有ベクトルや、外力を与えた点、外力の大きさ、外力の周波数などをパラメータとして計算される値である。この値の大小が解への寄与率に大きな影響を与えていると考えられるので、これをしきい値と比較して、小さかった場合はそのモードを重ね合わせから除外する。

4.3・検証結果

40×40に離散化された正方形板モデル(全149モード)を対象として検証を行った。図4-1に示すとおり、①②③の3点に対して外力の入力を行った。①(X10,Y10)、②(X20,Y10)、③(X20,Y20)の3点に対して外力が入力されてからの0.1秒間を100ステップに分割してシミュレーションを実行する。係数 w_{0j} と比較するしきい値は 10^{-14} 、 10^{-12} 、 10^{-11} 、 10^{-10} 、 10^{-9} の5つを適用した。(X10,Y10)、(X20,Y10)、(X20,Y30)、(X10,Y20)、(X20,Y20)、(X30,Y20)、(X10,Y30)、(X20,Y30)、(X30,Y30)の9点で全てのモードを重ね合わせた場合と、モード数を少なくした場合でどれだけの誤差が出るかを検証した。

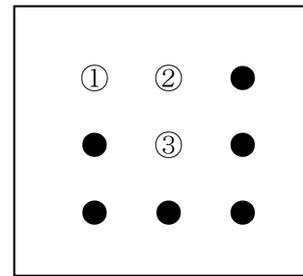


図4-1・外力を与えた点と測定を行った点

4.3.1・インパルスの入力を与えた場合

まず、インパルスの入力を与えた場合について検証を行った。図4-2に、すべての測定点の相対誤差の平均と重ねあわせに使われたモード数との関係を示す。相対誤差はすべて%で表している。

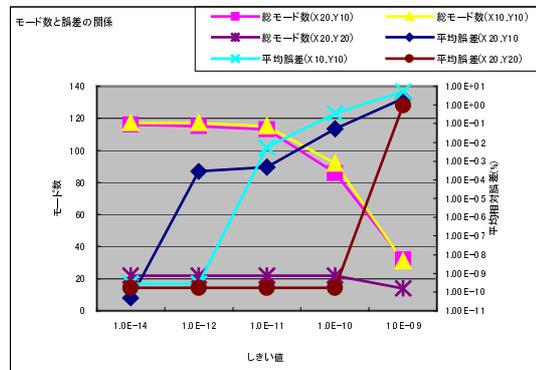


図4-2・すべての相対誤差の平均と重ねあわせに使われたモード数との関係 (インパルスを入力した場合)

どのケースもしきい値の増大に伴って、重ね合わせるモード数は少なくなり、誤差が増大していくことがわかるが、(X20,Y10)に加振した場合は、しきい値が 10^{-14} から 10^{-12} に変化したときにモード数が1つしか減少しないのに誤差がオーダーで 10^7 倍に跳ね上がっている。同じように(X10,Y10)に加振した場合は、しきい値が 10^{-12} から 10^{-11} 変化したときに誤差が 10^8 倍程度に大きくなる。しきい値が 10^{-14} から 10^{-12} に変化したときはモード数の変化は無かった。

つぎに、(X10,Y10)の場合は全体的に使われているモード数が(X20,Y10)の場合より多いにもかかわらず、誤差が大きくなっていることがわかった。

また、(X20,Y20)に外力を与えた場合だけ重ねあわせに使われるモード数が極端に少なく、誤差も小さく収まることが確認できた。

4.3.2 強制振動を与えた場合

強制振動の入力を与えた場合についても同様の検証を行った。外力を与える点、測定を行う点、しきい値の条件はインパルスの場合と同様である。外力の周波数は1Hz、10Hz、50Hz、100Hz、500Hzを選び、それぞれどのように誤差が出るかを検証した。100Hzまでの周波数は0.1秒間を100ステップに分けて測定を行ったが、500Hzの場合のみ分解能の関係で0.01秒間を100ステップに分けて測定を行った。図4-3に外力周波数500Hzで加振した場合の、総モード数と相対誤差平均の比較を表したグラフを示す。相対誤差はすべて%で表している。

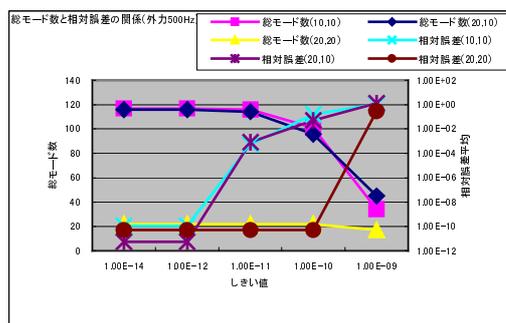


図4-3 外力周波数500Hzにおける総モード数と相対誤差の関係

強制振動の場合も、外力を与えた点による比較をすると、だいたいインパルスに対する応答と同じ傾向が見られる。(X20, Y10)の場合はしきい値が 10^{-11} から 10^{-12} に変化したときにモード数1つまたは2つの減少に対し、誤差が 10^7 倍程度に膨れ上がる。同様に、(X10, Y10)の場合はしきい値が 10^{-14} から 10^{-12} に変化したときはモード数に変化がないが、 10^{-12} から 10^{-11} に変化したときはモード数2つまたは3つの減少に対し、誤差が 10^7 倍程度になることがわかる。

つぎに、(X10, Y10)の場合は全体的に使われているモード数が(X20, Y10)の場合より多いにもかかわらず、誤差が大きくなっている。

また、(X20, Y20)に外力を与えた場合だけ重ねあわせに使われるモード数が極端に少なく、誤差も小さく収まることが確認できた。

4.4 考察

結果から、外力を与える点が(X20, Y20)、(X20, Y10)、(X10, Y10)と、板の4隅に近づくにつれ、モード数を減らしたときに誤差が大きくなりやすいことが確認された。また(X20, Y10)、(X10, Y10)を比較すると、しきい値を大きくしても(X10, Y10)のほうがモード数を減らしにくい

傾向があることがわかった。(X20, Y20)に外力を与えた場合の振動パターンは単純であるが、端に近いところに外力を与えた場合の振動は複雑となるので、励起されるモードが多くなるのが原因であると考えられる。

また強制振動を想定したシミュレーションの場合、周波数が高くなると(特に500Hz程度)より多くのモード関数を重ね合わせる傾向にあることがわかった。この場合も、周波数を高くするほど振動パターンが複雑になることが原因で多くのモードの情報を必要とすることが原因であると考えられる。

5.まとめ・今後の課題

独自の視点から始まった、重ね合わせるモード数を少なく抑えるという考え方については、一般に加振点が板の中心以外のところでは、モード数を少なく抑えるのが難しく、それに伴う誤差も大きくなることがわかった。板の中心に加振した場合は、例外的に約1/7程度のモード数で誤差を十分小さく抑えることができるとわかった。

強制振動を与えた場合については、外力の周波数が高くなってくると、モード数を減らしにくくなることがわかった。

しかし、今後計算量の多い複雑なモデルを対象とした場合を想定すると、有用な考え方であると予想される。

今後、ピアノ響板の振動シミュレーションを行うことを視野に入れると、正方形ではなく実際の響板の形をしたコンポーネントを作成し、同様の検証を行う必要がある。

付録

参考文献

- 梅谷征雄他、”楽器研究 PSE(Problem Solving Environment)の開発に向けて”、情報学ワークショップ 2003 論文集、p208(2003年)
- 柘植敦司他、“有限差分法アクリル板シミュレーションにおける固有値補正の試み”、第6回問題解決環境ワークショップ論文集、pp149-154(2003年)
- 能崎友博他、“ピアノ響板シミュレータのコンポーネント化の試み”、日本計算工学会講演会論文集8巻2号、pp927-930(2003年)

