

簡易管楽器の音響設計と音響特性評価

Acoustical Design of Simple Wind Instruments and Evaluation of Improvements

村上和男(静岡大学理工学研究科)
Kazuo Murakami(Graduate School of Science and Engineering,
Shizuoka University)

概要

アドルフサックスによってサクソフォーンが発明されて以来、新規な管楽器は誕生していない。管楽器は20世紀後半には機械化、量産化が進んで普及はしたが構造原理的にはほとんど進化していない。それでは完成したかということ、音高や音色や吹奏感など未解決の問題もあるが演奏技量でそれを補うということで定着している。こうした状況を前進させるためには、自ら手作りでマイ管楽器を作るという原体験を味わうことが有意義であろう。そのためには管楽器の音響特性の解析とシミュレーションのためのツールの開発と手作りのための材料と作り方の工夫が求められる。それが既存の管楽器をさらに良いものに革新していくことにもつながるであろう。ここではその過程として簡易管楽器の開発への取り組みについて述べる。

1. はじめに

簡易管楽器とは、複雑なキーマカニズムがなくシンプルな形状で、難しい機械加工を要せず手作りの作ることができ、管楽器の発音原理により良好な音響特性が得られるものと定義する。簡易管楽器としてはリコーダーがあるが、量産化される形態となっており、手作りの作りにその構造原理を味わうことはできない。いわゆる教育楽器、導入楽器として他の形態の管楽器があってもいいと思う。その一部分であっても、自分で直接手をかけて完成させて吹いてみるのが体験できればきっと楽しいであろうし、新しい発見や創意工夫が生まれると思う。

管楽器の吹き易さと鳴らし易さは同義的であるが、大きい音でよく鳴ることとは二律背反的である。吹き易いために音高特性が良く、操作性が良いことはその必要条件である。これらの要因について、吹奏系を想定して、奏者側と音響管側に分けて検討する。管楽器の音響研究の中で、特に音響管としての音響特性の解析と導波管としての現象解明に関する研究をレビューして、音響管としての音高特性と共鳴特性の設計のシステム化[1]について研究する。実際に試作して吹いてみて、音響管の特性(音高特性と音色と音量)と吹奏感を評価して、奏者にとって吹き易い、鳴らし易い条件と大きい音でよく鳴る条件を考察する。

2. 音響特性設計のシステム化の試み

2.1 音響管理論

音響インピーダンス密度(specific acoustic impedance)は円錐管の場合、

$$Z = -\rho c \frac{1}{j/kx + \coth(\varphi + jkx)} \quad (2.1)$$

ρ : 媒質の密度, c : 音速,

$k = 2\pi f/c$: ウェーブナンバー(f : 周波数),

$j : j^2 = -1$, $\varphi = \pi(\alpha_0 - j\beta_0)$: 位相角,

x : 円錐管の頂点からの軸上距離

と表わされる。

ここで

$$Z = \rho c \tanh \theta$$

$$\theta = \alpha - j\beta : \text{位置角}$$

と定義する[2]。

円錐管要素をFig.1に示す。ここで、円錐管の軸をX軸に取り、円錐頂点を原点として、両端断面I, IIの座標をX1, X2とする。円錐管要素のX軸長さを l とする。

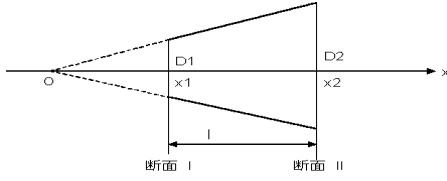


Fig. 1 円錐管要素

$$x1 = \frac{D1/D2 \cdot l}{(1 - D1/D2)} \quad x2 = \frac{l}{(1 - D1/D2)}$$

断面 II (X 2) の音響インピーダンス密度を既知として断面 I (X 1) の音響インピーダンス密度を

$D1 < D2$, $D1 = D2$, $D1 > D2$

の場合に分けて導出する。

$D1 < D2$ の場合；

断面 II (X 2) の音響インピーダンス密度を既知とすると，(2.1) 式より Z2 は，

$$Z2 = -\rho c \frac{1}{\coth(\varphi + jkx2) + j/kx2}$$

となり

$$\varphi = -\coth^{-1}[\rho c / Z2 + j/kx2] - jkx2$$

となる。

一方， $Z2 = \rho c \tanh \theta2$ であるから，断面 I (X 1) の音響インピーダンス密度 Z1 は，

$$Z1 = \rho c \frac{1}{\coth\{\coth^{-1}[\coth \theta2 + j/kx2] + jkl\} - j/kx1} \quad (2.2)$$

となる。

一方， $Z1 = \rho c \tanh \theta1$ であるから，

$$\theta1 = \tanh^{-1} \frac{1}{\coth\{\coth^{-1}[\coth \theta2 + j/kx2] + jkl\} - j/kx1} \quad (2.3)$$

ここで， $\theta1, \theta2$ はそれぞれ，断面 I, II に於ける音響インピーダンス密度の位置角をあらわす複素数である。

$D1 > D2$ の場合；上式 (2.2) と (2.3) で， $X1 < 0$ ， $X2 < 0$ となり，式としては同じになる。

$D1 = D2$ の場合；上式 (2.2) と (2.3) で， $X1 = \infty$ ， $X2 = \infty$ として，

$$\begin{aligned} Z1 &= \rho c \tanh(\theta2 + jkl) \\ \theta1 &= \theta2 + jkl \end{aligned} \quad (2.4)$$

となる。

今，摩擦抵抗等による減衰を無視できないとして進

行波成分 (速度ポテンシャル ϕ_+) に対して

$\phi_+ e^{-\alpha(x)}$ ，反射波成分 (速度ポテンシャル ϕ_-) に対して $\phi_- e^{-\alpha(x)}$ (ただし $\alpha(x) > 0$) の減衰項を考慮すると，

$$\phi = \frac{\phi_-}{X} \left(e^{\varphi + jkx + \alpha(x)} - e^{-(\varphi + jkx + \alpha(x))} \right) \cdot e^{-\varphi + j\omega t}$$

$$\begin{aligned} Z &= -\rho c \frac{1}{j/kx + (1 + \alpha'/jk) \coth(\varphi + jkx + \alpha(x))} \\ \alpha' &= \partial \alpha(x) / \partial x \end{aligned} \quad (2.5)$$

ここで，

$$\alpha(x) = \alpha \times \sqrt{k} \times x / D$$

は Beranek が推奨する実験式であり， α は音響管の特性により定まる定数である。

音響管要素の一端 II から，ある周波数の音圧既知の音波 P(X2) を入射したとき，他端 I における音圧 P(X1) を算出する。

任意の断面における音圧は

$$p(x) = j\omega\rho \frac{2\phi_-}{X} \sinh(\varphi + jkx + \alpha(x - x1)) e^{-\varphi + j\omega t}$$

と表わされるから

$$p(x1) = p(x2) \frac{x2}{x1} \frac{\sinh(\varphi + jkx1)}{\sinh(\varphi + jkx2 + \alpha(l))}$$

となる。

ここで音響管要素 i の伝達関数を $G_{Mi}(\omega)$ とすると、

$$G_{Mi}(\omega) = \frac{p(x1)}{p(x2)}$$

従って、今、音響管の開放端からの入射音圧を $P_0 \varepsilon^{j\omega t}$ とすると音響管の他端部の音圧は

$$P_{in} = G(\omega) P_0 \varepsilon^{j\omega t} \quad (2.6)$$

ここで音響管が n 個の要素からなるとすると

$$G(\omega) = \prod_1^n G_{Mi}(\omega)$$

となり、 $G(\omega)$ は音響管全体の伝達関数を表わす。

管体に音孔がある場合は、ここではその理論式の展開は示さないがこれを分岐管として取り扱い、開口端の境界条件を適応する。レゾナンスカーブは Fig. 2 で、開口端と音孔端からの入射波に対する唄口端のレスポンスを (2.6) 式で計算して重ねあわせることになる。

2. 2 管体のキャビティ共振特性の計測実験と計算

管体のキャビティの共振特性（レゾナンスカーブ）を計測するための実験系を Fig. 2 に示す。管体の唄口端部にマイクロホン（Mic.）を密閉状態に装着する。開口端及び開音孔端から一定音圧で入射するサイン波の周波数を挿引して、マイクロホン（Mic.）で観測される音圧が極大値を示す周波数を共振周波数とする。音圧が極小値を示す周波数を反共振点とする

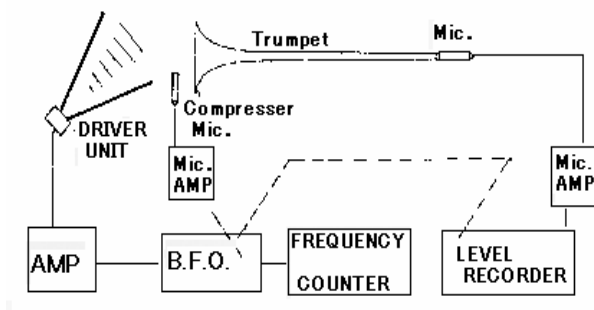


Fig. 2 キャビティ・レゾナンス計測実験システム図
図中、B.F.O.はうなり周波数発生器

計算は (2.2) 式で $\alpha = 3.0 \times 10^{-4}$ とする。(2.6) 式により唄口閉端部の音圧の周波数特性を算出する。極大値を示す周波数が音響管の共振周波数である。共振点では音響インピーダンスが大きい値を示し、その位置角 θ_{in} は共振点において $(0, -j\pi/2)$ から $(0, j\pi/2)$ に遷移する。共振特性の計算と実測はよく合う。

開口部と閉端部の境界条件を設定する。共振時の開口端の境界条件（放射インピーダンス； Z_{rad} ）は無限大バッフル面内のピストン運動に仮定する。共振周波数を計算する場合は近似的に開口端補正として開口と同径で $0.3 \times D$ （開口端径）を加えればよい。

$$Z_{rad} = (0, -j) \times 0.3 \times D \times k$$

また、(2.2) 式の減衰項は共振周波数にはほとんど影響しないので、これを無視して、(2.1) 式で扱う。

共振周波数算出のフローチャートを Fig. 3 に示す。

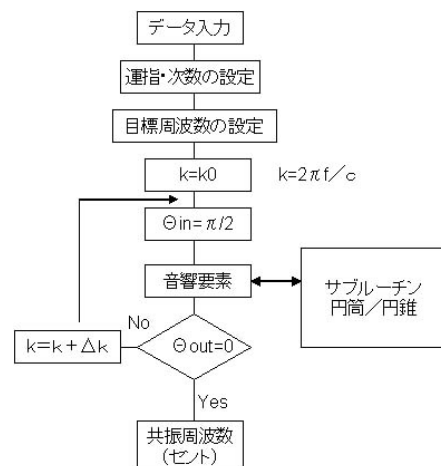


Fig. 3 共振周波数算出フローチャート

共振周波数の算出については、(2.3) 式、(2.4) 式で、まず唄口端を閉端 ($\theta_{in} = (0, j\pi/2)$) として唄口端から開口端に向かって各要素断面における位置角を求め、開口端部に共振条件 ($\theta_{out} = (0, j0)$) を適用して、順次、ウェーブナンバー ($k = 2\pi f/c$) を変えて共振条件を満足する周波数をもってキャビティの共振周波数とする。実際の計算においては、放射インピーダンスを開端補正 ($0.3 \times D \times k$) で近似し、虚数部のみを実数計算する。円筒管要素には (2.5) 式を適用する。実用上の精度 (± 2 セント) を保って計算時間を短縮するために、 Δk を適当な値に定める [4]。

3. 発音源の設定

ここでは次の3種類の発音源を設定する。

- ・トランペットのマウスピース／唇発振
- ・ソプラノサックスのマウスピース／
シングルリード発振
- ・スオナの芯子／ダブルリード発振[3]

それぞれのマウスピースのキャビティの形状を円錐管又は円筒管の要素で近似してモデル化する。モデル化の例はここには示さないが、まずこれを前提にして、少なくとも1次と2次の共振周波数が1:2となる所望のピッチの単純なテーパーの管体の形状を探索する。

4. 管体形状探索

所望の共振周波数特性の管体形状を探す。計算機シミュレーションの数値例を示す。ここには、ソプラノサックスの唄口モデルに続く始端径8.0mmの単一テーパー管で、 $f_1=261.63\text{Hz}(\text{inC})$, $f_2=523.25\text{Hz}$ となる、終端径と管長とそのテーパーを探索した例を示す(略)。同様に始端径9.5mmと6.5mmについても探索した。それぞれの径に対して所望の共振周波数特性の管体が存在する。

しかしながら、マウスピースモデルの形状の影響のために、同じテーパーでそれより短い管長で $f_1=523.25\text{Hz}$, $f_2=1046.50\text{Hz}$ となるとは

限らず、少しずれる範囲でテーパーを探すことになる。そして短い管長を上管として、その終端径を始端径としてこれに接続する

$f_1=261.63\text{Hz}$, $f_2=523.25\text{Hz}$ となる下管のテーパーをあらためて探すことになる。トランペット用の管体も同様にして同じピッチの管体の形状が見つかる。しかしながら、スオナ用の管体はダブルリード部のキャビティが小さく、それに続くテーパー状の芯子部の径も細いので1オクターブ上のピッチで所望の共振周波数特性を満足する管体形状が見つかる。この場合の管長であれば両手で直接的に音孔の開閉操作が可能であり、キーメカニズムを要しないので簡易楽器としては望ましいものである。これに対して、前述のソプラノサックスとトランペットではその唄口部のキャビティの影響のために1オクターブ下の音域となってその管長は長くなり両手だけでは直接音孔の開閉が難しくなる。

5. 共振周波数とレゾナンスカーブの算出

以上で探し当てた管体形状について(2.6)式によりそのレゾナンスカーブ(RC)を算出して、 f_1 と f_2 の共振レベルと共振鋭度を検討する。あわせて f_3 以上のモードに対してもその共振特性を把握しておく。以下にその結果を示す。RCはここでは省略する。

Fig.3 に示す手順で求めた共振周波数とレゾナンスカーブの共振ピークの周波数はほぼ一致する。両者の計算法は妥当であると言えよう。

- ・ソプラノサックス in C の場合 ; Sop.Sax.(SS)

唄口端部径が8mm 9.5mm 6.5mmの3種類の径の管体について検討した。計算の結果を以下に示す。

管体 data	DF	DB	R	Taper	f1	f2	f2/f1
#120(上管)	0.8	2.1	19.4	0.067	525	1115	2.12
#220(下管)	2.1	3.8	30.1	0.0565	264	544	2.06
	f1	f2(f2/f1)	f3(f3/f1)	f4(f4/f1)	f5(f5/f1)		
Fn(Hz)	264	544(2.06)	816((3.09)	1116(4.23)	1425(5.40)		
Pn(dB)	53(55)	46	45	38	33		
#121	0.95	2.5	20.3	0.0764	530	1122	2.12
#221	2.5	4.4	29.5	0.0644	262	546	2.08
Fn(Hz)	262	546(2.08)	830((3.17)	1128(4.31)	1433(5.47)		
Pn(dB)	44(60)	45	42	35.5	31.6		
#122	0.65	1.75	18.0	0.0611	530	1125	2.12
#222	1.75	3.3	30.2	0.0513	271	544	2.00
Fn(Hz)	271	544(2.00)	811(2.99)	1119(4.13)	1442((5.32)		
Pn(dB)	44(65)	47	45	38.5	32		

下管のテーパーのほうが緩やかである。F1 から F5 まで周波数はほぼ整数倍を示している。細管ほど整数倍に近い。音色の違いが予測される。

共振レベルの P1 は太い径ほど高く、抵抗感はあるが大きい音で吹けることが予測される。
6.5mm の細管は小さい音で鳴らし易いと思われる。

・スオナ in C の場合 ; Suona(SN)

管体 data	DF	DB	R	Taper	f1	f2	f2/f1
#100	0.68	1.1	6.8	0.0618	1058	2215	2.09
#200	1.10	2.2	16.9	0.0692	521	1052	2.02
Fn(HZ)	521	1052(2.02)	1618(3.11)				
Pn(dB)	50	53	44				

ピッチが 1 Oct.高くなっている。F1 から F3 までピッチはほぼ整数倍となっており、そのレベルはいずれも高めで、抵抗感はあるがいずれも大きい音量で明るい音色で鳴ると思われる。

・Trumpet in C の場合 ; Trumpet(TR)

管体 data	DF	DB	R	Taper	f1	f2	f2/f1
#111	0.87	1.4	12.6	0.0421	530	1016	1.92
#211	1.4	3.0	31.5	0.0508	280	528	1.89
Fn(HZ)	280	528(1.89)	754(2.69)	1016(3.63)	1328((4.74)	1652(5.90)	
Pn(dB)	25.5	25.6	28.3	34	32.5	27.6	

F1 から F6 まで基音 F1 が高めで、倍音はフラット気味であるがほぼ整数倍に現れている。
レベルは低めで、音量は大きくは吹けないが高次倍音まで鳴らし易いと思われる。

6. 音孔形状探索

以上は音孔が 1 つもついていない、いわば無孔管体の共振特性についてみてきたが、ここでは音孔を設けることによって音階を作っていくことを検討する。

・オクターブ音孔

管長の唄口端から 1 / 3 付近に 1 mm 以下の径の孔をあけると、レゾナンスカーブで 1 次が高い周波数にシフトしてそのレベルが下がって鳴りにくくなるために、2 次のモードが励振し安くなる。計算例はここでは省略する。

・音孔開口率と音高と鳴り易さの推定

それぞれの管体において所望のピッチの音階を確保するために、音孔を設ける。ここでは #2 2 0 の管体の上管(#1 2 0)端面位置(断面径 21 mm)に 1 つの音孔を設ける場合の音孔開口率(音孔径/断面径)と音高の関係を検討した。あわせて位置を変えたときの変化も検討した。

音孔径	開口率(%)	f1	f2(f2/f1)	f3(f3/f1)	f4(f4/f1)	data
無孔	0	264	544(2.06)	--	--	#220
2.1	10	370	546	873(2.36)	1123	#2205
4.2	20	438	546	934(2.13)	1124	#2206
7.0	33	478	546	987(2.06)	1124	#2201
10.5	50	500	547	1033(2.07)	1127	#2202
14.0	67	511	547	1048(2.05)	1127	#2203
18.9	90	520	547	1080(2.08)	1128	#2204
カット	100	525	--	1115(2.12)	--	#120

開口率 50 % の時、そこでカットした場合の + 5 % くらいのピッチとなり、2 次のモードも同様にオクターブ関係も確保される。開口率 50 % の音孔の位置を同じテーパー上で管体の中心距離 10 mm の移動でピッチは 2 % くらい変化する。f1 と f3 がマウスピース端から音孔位置までの管

路によって決まる共振周波数である。 f_2 と f_4 は音孔以下の管路で決まりほぼ一定値を示している。

レゾナンスカーブを算出してその共振モードと励振し易さについても検討した。計算例はここでは省略する。これらを勘案して音孔径と位置を決めていくことになる。指先で開閉する場合は音孔は高々10 mmφ以下にしなければならないのでその位置で補正することになるが、音量と吹奏感も勘案して決めることになる。

7. まとめ

今後の課題として、

- ・実際に先ず無孔管体を試作して吹奏評価して仮説が妥当か否か検証する。
特に **Sop.Sax.**の管体については3種の差異を分析評価して、どれか1種類を選択する。このとき管体の製作し易さとその気密性の確保が課題となる。
- ・次にそれぞれの管体に音孔を明けて所望の音階に配置してみる。
このとき音孔明けの加工し易さと操作のし易さとその気密性の確保が課題となる。
半音階の確保のために2つの孔を隣接して明ける場合等、隣接する2つの音孔の音響的な作用、現象をシミュレーションしてみる。
- ・簡易管楽器用のベルの形状とその音響的な作用効果をシミュレーションして評価する。

以上の課題に取り組みつつ、簡易管楽器をまとめてみたいものである。その時には改めて発音源の最適化を検討することになるだろう。

参考文献

- [1] 村上和男：楽器の設計製作過程と音色形成．日音講演論文集，2003.3
- [2] Philip M. Morse : Vibration and Sound (McGRAW-HILL BOOK COMP. , INC. NEW YORK, 1948) pp. 217-293
- [3] 村上和男：スオナの音程改良の試み．音楽音響研究会資料，MA 2002-8
- [4] 村上和男：管楽器の音程改良と新しい管楽器創造へのアプローチ．音楽音響研究会資料，MA 2001-74